¿Cuál es la fórmula matemática del azar?

Un trabajo divulgativo e independiente desarrollado por:

Rafael Lomeña Varo

D.N.I.: 45.283.198-Q
Dirección: Avda. L'Almassera, 25 – 2º D
Localidad: 03690 - San Vicent del Raspeig (Alacant)
Teléfono: 629 568731 – 966 144488
E-mail: rlv@inicia.es
Website personal: www.inicia.es/de/rlv

En exclusiva para:

smartplanet
IMAGING SCIENCE

Concurso SMART *2007*

www.smartplanet.es

"El azar podría dar respuesta incluso a cuestiones que el hombre jamás llegará a plantearse"

Rafael Lomeña Varo

Observe las siguientes series de números:

1º) *2 · 4 · 6 · 8 · 10 · 12 ;* ***2º)*** *1 · 2 · 6 · 7 · 11 · 18 ;* ***3º)*** *1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6*

Si tuviéramos que decidir de forma intuitiva cuál de estas series (compuestas sólo por seis variables) es aleatoria, nos decantaríamos casi con total seguridad por la segunda, pero a la hora de ofrecer alguna explicación y tratar de responder a la pregunta de ¿por qué?, caeríamos irremediablemente en la duda y tras una profunda reflexión llegaríamos a la conclusión de que cualquiera de las tres series puede ser aleatoria.

El azar, tan simple y tan complejo, tan exacto y tan impredecible, tan accesible y tan inalcanzable. Matemáticos y filósofos prosiguen por separado su búsqueda hacia el azar en estado puro, en busca de su esencia, pues algo tan intrascendente como lanzar una moneda al aire ha decidido en ocasiones el curso de la historia y lo seguirá haciendo de una u otra forma. Y es que en un acto tan aparentemente sencillo subyace la esencia del azar, no en vano, con una simple moneda podemos generar números aleatorios de cualquier tamaño pues representa un generador aleatorio de números binarios, cara o cruz, cero ó uno. El azar siempre ha estado presente en nuestras vidas y en la ciencia, pero ¿es realmente azar? ó ¿se trata en realidad de sucesos en los que se ven involucradas variables imposibles de cuantificar y valorar?

En ciencias e investigación la proyección práctica del azar nos conduce de forma ineludible a la generación de variables aleatorias, y más ampliamente, al campo de la simulación en el tratamiento y análisis en supuestos de incertidumbre aplicables en física, ingeniería, biología, medicina, estadística, etc. En este cometido, el investigador teórico vuelve a chocar nuevamente contra la confusión de un concepto ambiguo y con interpretaciones tan diversas entre las que cabe incluso la de llegar a negar su propia existencia. Partiendo de este confuso escenario los matemáticos vuelven a plantearse la pregunta ¿cómo alcanzar una solución a un problema que quizá no exista más que en nuestras mentes?

GENERADORES DE NÚMEROS ALEATORIOS (GNA's).- Si bien existen diversos métodos para la generación de números aleatorios, como por ejemplo el lanzamiento de monedas o dados, ruletas, bombos de lotería, etc., estos sistemas manuales resultan por razones obvias ineficaces en labores de investigación y otras aplicaciones en cuyas tareas suelen emplearse métodos informáticos basados en **hardware** ó **software**.

1) Hardware: entre los métodos hardware encontramos los sistemas basados en excitación de átomos radiactivos y el recuento de partículas emitidas, el ruido blanco producido por circuitos electrónicos, el ruido térmico de un diodo semiconductor, etc. Un ejemplo muy gráfico de ruido aleatorio pueden ser los puntos blancos y negros que muestra una televisión encendida sin sintonizar, en cuyo caso, los puntos negros podrían equivaler a ceros y los blancos a unos. En todos estos métodos las salidas aleatorias pueden ser registradas por ordenador mediante algún dispositivo, pudiendo así someterse las series generadas al tratamiento oportuno así como a los tests pertinentes que certifiquen la validez de dichos sistemas. A pesar de poseer características propias que le permiten rozar la aleatoriedad absoluta e inalcanzables por los generadores basados en software como pueden ser un período infinito en las series y la impredecibilidad absoluta, es posible que dichos generadores puedan mostrarse sensibles bajo determinadas circunstancia pese a que los factores condicionantes escapen de nuestro control y la posibilidad de ser identificados. Si bien existen trabajos como *"The Logic of Statistical Interference" (I. Hacking 1967)* que revelan sesgos e irregularidades en algunos de estos mecanismos, otras investigaciones llegan a rozar lo metafísico *"Global Consciousness Project"* *(ver **ANEXO 3.1**)*. Además de ello presentan inconvenientes insalvables en determinadas condiciones como son:

- Considerable lentitud de generación para la simulación de procesos complejos en sistemas informáticos.
- Imposibilidad de reproducción de la misma serie en caso necesario.
- Su absoluta impredecibilidad y la ausencia de control bajo cualquier circunstancia.

2) Software: Los generadores basados en software utilizan algoritmos determinísticos para la generación de números aleatorios, conocidos por ello como "pseudoaleatorios", y constituyen el pilar básico en investigación. El campo de la simulación, aplicable a multitud de disciplinas, se sirve de dichos generadores al contar éstos con importantes ventajas frente a los basados en fenómenos físicos. Las variables generadas mediante algoritmos determinísticos simulan el azar pero no dejan de ser una mera aproximación al contar con un periodo finito (el período es el tamaño máximo de la serie que puede ofrecer un algoritmo determinístico antes de volver a repetir los valores), antes o después la serie de variables acaba repitiéndose. En otros casos, algunos algoritmos pueden entrar en un bucle sin salida cayendo en la repetición periódica de una misma cifra o un conjunto de ellas, y en cualquier caso, pueden presentar sesgos, dependencias e irregularidades que les aleja de los criterios de calidad óptimos deseables en un generador aleatorio. No podemos obviar que **no existe ninguna fórmula matemática que asegure de forma absoluta la aleatoriedad de una serie**.

Algunos ejemplos de sencillos generadores muy frecuentes en calculadoras científicas son:

☑ N_{i+1} = FRC (N_i * 9281 + 0.211327) ☑ N_{i+1} = FRC (N_i * 2939 + Pi) ☑ N_{i+1} = FRC [$(N_i + Pi)^5$]

☑ N_{i+1} = FRC (N_i * 7 + 0.13)

** El comando **FRC** toma sólo la parte decimal ignorando la entera. **N** representa la semilla (valor numérico inicial pasado al algoritmo)*

Pese a que los generadores del ejemplo podrían mostrarse eficaces en condiciones de poca exigencia, los algoritmos incluidos en los lenguajes modernos de programación suelen ser de mayor complejidad consiguiéndose así un período mayor y una mayor impredecibilidad.

Entre las principales ventajas de los generadores algorítmicos en simulaciones complejas destacan:

- Enorme velocidad de generación limitada únicamente a la capacidad del sistema informático.
- Posibilidad de reproducir idéntica serie en cualquier circunstancia con la misma semilla.

En cuanto a la evaluación de los generadores se refiere, existen numerosos modelos de pruebas de contraste destinadas a evaluar la calidad del algoritmo, ya que no basta con que la secuencia parezca aleatoria, deben cumplirse las leyes de la probabilidad. Los más sencillos tests que se me ocurren como ejemplo, al margen de detectar el período máximo del algoritmo y otros mucho más complejos, serían:

- **Media aritmética** de los valores de la serie. Por ejemplo, si simulamos el lanzamiento de un dado diez mil veces y partiendo del enunciado *Media = (1+2+3+4+5+6) / 6* , deberíamos obtener una media global próxima a 3'5 , que sería la media exacta de los seis valores posibles del espacio muestral ***{1,2,3,4,5,6}*** de cada lanzamiento. *(*Ejemplo desarrollado en **ANEXO 1.1**)*
- **Regularidad** comprobable en las **frecuencias absolutas** de cada uno de los valores posibles. Continuando con el ejemplo, en los diez mil lanzamientos del dado comprobaríamos que cada uno de los valores posibles ***{1,2,3,4,5,6}*** obtiene una frecuencia absoluta aproximada de ***10000 / 6*** .

Pero, tal y como anotábamos con anterioridad, la variables pseudoaleatorias no dejan de ser una solución a medias, por lo que a medida que aumenta la complejidad en los experimentos de simulación el investigador puede no disponer de mecanismos fiables que le permitan garantizar la normalidad y la calidad suficiente del generador empleado y ello podría llegar a incidir negativamente en los resultados de la simulación, por ello, si bien en la actualidad existen multitud de modelos de generación pseudoaleatoria que son empleados con cierto éxito en procesos de simulación, siguen siendo los obtenidos mediante generadores electrónicos los únicos procedimientos considerados puramente aleatorios, pese a que tampoco están exentos de inconvenientes como se ha detallado con anterioridad.

Asimismo, existen líneas de investigación que han apuntado en otras direcciones, por ejemplo a través de las series surgidas al ampliar la precisión de números reales con infinitas cifras decimales no periódicas, como el número ***Pi*** ó ***E***, u otros números irracionales del tipo $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc, que si bien pueden parecer aleatorias superando los tests de probabilidad necesarios y podrían contar con un periodo infinito, no podemos obviar la predecibilidad de estas series mediante un sencillo cálculo.

Como ustedes podrán ya percibir la cuestión no es baladí y las soluciones actuales al problema distan bastante de alcanzar la "verdad absoluta" o la "solución definitiva". Cualquier método conocido consiste en una solución a medias, un subterfugio transitorio que nos conduce a la generación de las denominadas variables "pseudoaleatorias" cuyo prefijo alude ya de forma inequívoca a la falta de pureza en su génesis y a su predecibilidad. La generación aleatoria de variables mediante fórmulas continuará siendo una asignatura pendiente en pleno vigor, una brecha abierta que tal vez jamás podamos cerrar.

DEL AZAR A LA SIMULACIÓN. PRÁCTICAS EXPERIMENTALES.- En el campo de la simulación por computador, la generación de series de números aleatorios se realiza normalmente (dadas sus ventajas descritas en el apartado de los ***GNA's*** por software) mediante algoritmos determinísticos. Con estos generadores, también denominados pseudoaleatorios, el investigador puede reproducir en cualquier momento la serie empleando el mismo algoritmo y la misma semilla.

Tal y como hemos visto en el apartado de ***GNA's***, existen multitud de algoritmos destinados a tal fin y aunque matemáticos y otros expertos continúan trabajando en nuevas soluciones, lo cierto es que cualquiera de nosotros puede acceder a estos generadores algorítmicos de forma sencilla, ya que todos los intérpretes integran entre sus comandos un generador aleatorio de calidad suficiente para la experimentación. El archiconocido ***RND***, implementado en la práctica totalidad de lenguajes e incluso en calculadoras científicas, consiste en un algoritmo determinístico que cada fabricante incorpora a sus compiladores o intérpretes.

El programa de ejemplo *(ver **ANEXO 2.1** y **2.2**)* nos acerca a la simulación por el conocido método de *Monte Carlo* y se trata de una adaptación propia del modelo expuesto en el libro *"Investigación de operaciones" (Hamdy A. Taha – 1997)* por considerarla de mayor sencillez de implementación y comprensión.

La simulación nos permite alcanzar resultados a un experimento de forma estimada mediante el uso de un muestreo aleatorio y el análisis de los resultados obtenidos con dicho muestreo. El método del *Monte Carlo*, considerado el precursor por excelencia de la simulación moderna, es un método no determinístico usado para aproximar numéricamente expresiones matemáticas complejas y costosas de evaluar con exactitud.

En el programa del ejemplo *(ver **ANEXO 2.1**)* se calcula de forma estimada un área rectangular circunscrita en un área mayor. Describo el código a grandes rasgos en la zona de comentarios para intentar llegar, en la medida de lo posible, a los ajenos a la programación.

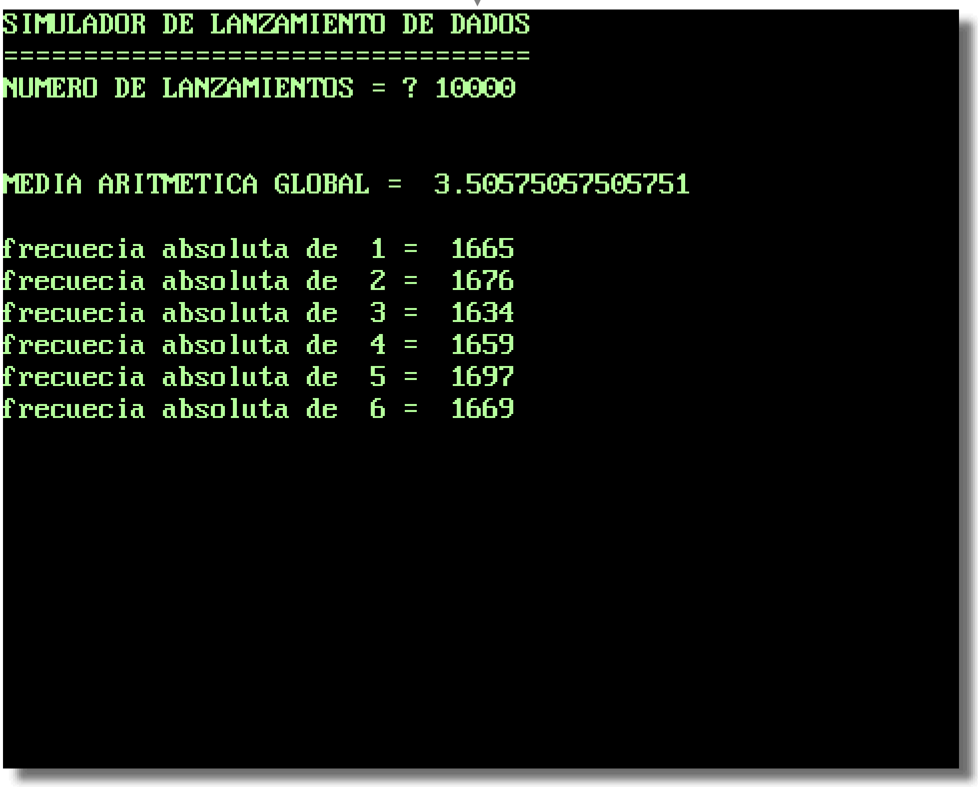
CONCLUSIONES DEL AUTOR.- Debemos entender el azar desde dos niveles conceptuales delimitados y diferentes pero interconectados de forma subyacente.

1º- Enmarcado en el plano filosófico, el azar puro como concepto teórico no existe, es un invento del ser humano, un cajón desastre donde encajar todos los sucesos que escapan de su control y del análisis determinista y en el que las variables implicadas no pueden identificarse, calibrarse e interpretarse de forma tangible y objetiva. Mi reflexión vuelve a conducirme hasta el principio básico universal de la ciencia por el que ***"todo efecto posee una causa natural que lo provoca"***, un enunciado sobre el que recae el sentido absoluto de todas las cosas y de la propia existencia, y por ende, del azar.

2º- En un plano meramente práctico y material, aunque sólo sea de forma objetiva lanzando un dado o una moneda al aire, estos actos aparentemente simples encierran una complejidad tal que nos permiten afirmar que en dicho tipo de sucesos, por el número y tipo de variables implicadas y la absoluta falta de control sobre éstas, la predecibilidad de los resultados escapa de forma rotunda a cualquier tipo de análisis y previsión accediendo de este modo, al menos en un plano objetivo, práctico, matemático y material, a un azar "puro" contextualizado, es decir, en el marco de su propio ámbito de aplicación. Matemáticamente podemos afirmar que en la mayoría de las situaciones y mediante métodos diversos resulta posible "emular" el azar, prueba de ello es que experimentos como los descritos en los ***Anexos*** funcionan de forma convincente y parecen ajustarse con fidelidad a los dictados de las leyes de la probabilidad, pero el azar, apasionante y retorcido continuará escapando por siempre a nuestro control. Podremos rozarlo, acercarnos a él recurriendo a nuevas e ingeniosas fórmulas pero ***jamás conseguiremos alcanzar su plenitud, si algún día lo consiguiésemos perdería su esencia dejando de ser azar***.

ANEXO 1.1.-

CÓDIGO	COMENTARIOS
rem TEST DE CALIDAD PARA ALGORITMOS ALEATORIOS **rem** AUTOR: Rafael Lomeña Varo - 2006 **rem** http://inicia.es/de/rlv (Hipótesis ciencias diversas) **rem** http://inicia.es/de/marienrafa (Intelig.Artificial) **rem** * * * * * * * Concurso SMART 2007 * * * * * * * **rem** http://www.smartplanet.es	PRUEBA DE CONTRASTE DESTINADA A LA EVALUACIÓN DE GENERADORES ALEATORIOS BASADOS EN ALGORTIMOS DETERMINÍSTICOS. EN EL EJEMPLO SE EVALÚA EL ALGORITMO IMPLEMENTADO POR EL FABRICANTE DEL COMPILADOR A TRAVÉS DEL COMANDO ***RND*** Y SE COMPRUEBAN VALORES SIGNIFICATIVOS DE LA SERIE COMO SON LA MEDIA ARITMÉTICA Y LA FRECUENCIA ABSOLUTA DE LOS VALORES POSIBLES DEL ESPACIO MUESTRAL {1,2,3,4,5,6} AL SIMULARSE EL LANZAMIENTO DE DADOS
dim f(7) **dim** d as integer **dim** n, nl, media as double	Declara matriz de datos ***'f'*** para contadores de frecuencia absoluta, ***'d'*** para valores posibles de 1 a 6. ***'n'*** y ***'nl'*** para bucles y número de experimentos. Las variables ***'nl'*** y ***'media'*** se declaran de tipo ***DOUBLE*** para una mayor capacidad y precisión
? "SIMULADOR DE LANZAMIENTO DE DADOS" **?** "=================================="	
input "NUMERO DE LANZAMIENTOS = "; nl	Solicita y almacena número de experimentos/lanzamientos en ***'nl'***
randomize (**timer**)	Altera semilla del algoritmo ***RND*** mediante variable del sistema ***TIMER***
for n =1 **to** nl	Inicializa bucle de experimentos/lanzamientos
d = **int** (**rnd** (1) * 6) + 1	Simula un experimento/lanzamiento y almacena resultado en ***'d'***
f (d) = f (d)+1	Acumula las frecuencias absolutas en matriz ***'f'***
media = media + d	Incrementa acumulador global para cálculo de media aritmética
next	Cierra el bucle de experimentos/lanzamientos y repite proceso si no se ha alcanzado el número máximo establecido
? "MEDIA ARITMETICA GLOBAL = "; media / (nl - 1)	Imprime media aritmética global de la suma de todos los lanzamientos
for n=1 **to** 6 **?** "frecuencia absoluta de "; n; " = "; f (n) **next**	Bucle para imprimir contadores de frecuencia absoluta de cada valor almacenados en el vector ***'f(n)'***. Las frecuencias absolutas de cada uno de los valores deben ser más aproximadas en tanto en cuanto se aumente el número de lanzamientos o experimentos



* Ejecutable disponible en página del autor: *http://inicia.es/de/rlv/dados.exe*

ANEXO 2.1.-

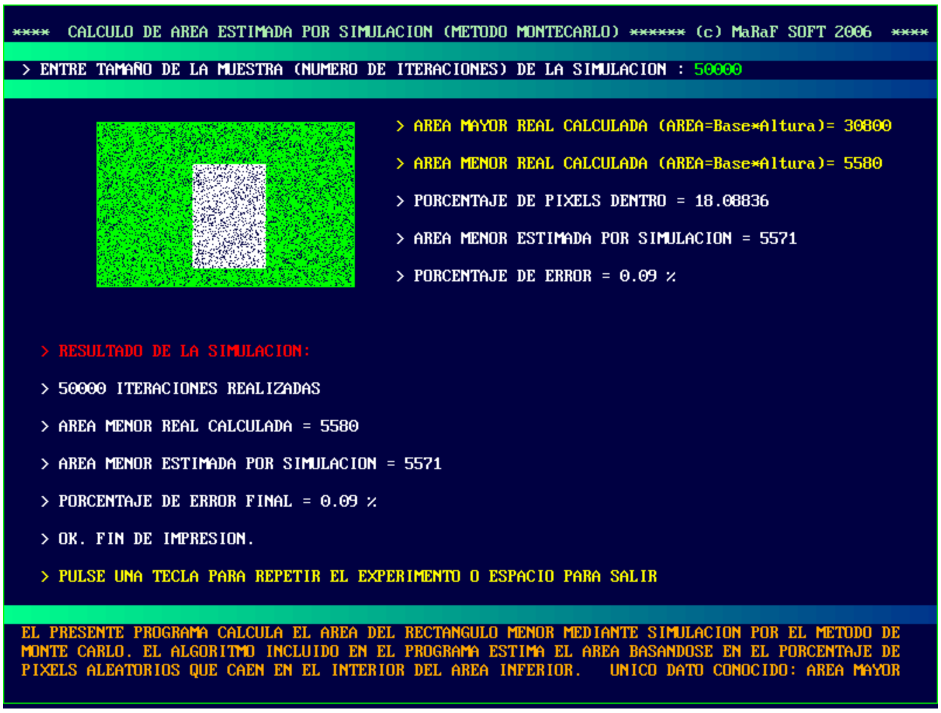
CÓDIGO	COMENTARIOS
rem CALCULO ESTIMADO DEL AREA DE UN RECTANGULO **rem** MEDIANTE SIMULACION POR EL METODO DE **rem** MONTE CARLO **rem** AUTOR: Rafael Lomeña Varo - 2006 **rem** Concurso SMART - www.smartplanet.es	EL PRESENTE PROGRAMA CALCULA EL ÁREA DEL RECTÁNGULO MENOR MEDIANTE SIMULACIÓN POR EL MÉTODO DE ***MONTE CARLO***. EL ÚNICO DATO CONOCIDO ES EL ÁREA RECTANGULAR MAYOR , A PARTIR DE AHÍ, EL ALGORITMO INCLUIDO EN EL PROGRAMA ESTIMA EL ÁREA MENOR BASÁNDOSE EN EL PORCENTAJE DE PIXELS ALEATORIOS QUE CAEN EN EL INTERIOR DE DICHA ÁREA DURANTE LA SIMULACIÓN.
X=80 Y=100 X1=300 Y1=240	SE ESTABLECEN LAS COORDENADAS DEL ÁREA MAYOR (ESQUINA SUPERIOR IZDA. EN ***X,Y*** E INFERIOR DERECHA EN ***X1,Y1***)
bx = **int** (**rnd** (1) * 100) + 90 by = **int** (**rnd** (1) * 50) + 110 bx1 = **int** (**rnd** (1) * 100) + bx +30 by1 = **int** (**rnd** (1) * 50) + 180	SE ESTABLE ÁREA MENOR ACOTADA PERO ALEATORIA DE FORMA QUE LA SIMULACIÓN SIEMPRE CALCULA ÁREAS DIFERENTES (ESQUINA SUPERIOR IZDA. E INFERIOR DERECHA)
line (X, Y) - (X1, Y1),,b **line** (bx, by) - (bx1, by1),, b	TRAZA ÁREA RECTANGULAR MAYOR TRAZA ÁREA RECTANGULAR MENOR QUE DEBEMOS CALCULAR
Input "Entre tamaño de la muestra de la simulación: "; mues	SE PIDE AL USUARIO QUE ESTABLEZCA EL NÚMERO DE ITERACIONES
randomize (timer)	SENCILLA PERO EFICAZ. SE ESTABLECE LA SEMILLA PARA LA SERIE PSEUDOALEATORIA QUE GENERARÁ EL ALGORITMO DETERMINÍSTICO IMPLEMENTADO POR EL FABRICANTE DEL COMPILADOR . ES UNA VIEJA ARGUCIA MUY UTILIZADA EN PROGRAMACIÓN. ***TIMER*** ES UNA VARIABLE DEL SISTEMA QUE ALMACENA UN VALOR SECUENCIAL TOMADO DEL RELOJ INTERNO DEL SISTEMA Y CON UNA PRECISIÓN DECIMAL MUY ALTA, LO CUAL OTORGA UNA GARANTÍA "CASI" ABSOLUTA DE QUE CADA VEZ QUE SE INICIA LA SEMILLA PARA EL COMANDO ***RND*** ESTA TENDRÁ UN VALOR DIFERENTE, EVITÁNDOSE ASÍ LA POSIBLE REPETICIÓN DE LA SERIE.
aremay= (X1 - X) * (Y1 - Y) aremen= (bx1 - bx) * (by1 - by)	CALCULA EL ÁREA MAYOR REAL MEDIANTE LA FÓRMULA DE GEOMETRÍA: ***ÁREA= BASE x ALTURA***. CALCULA EL ÁREA MENOR REAL MEDIANTE LA FÓRMULA DE GEOMETRÍA (IDEM) SOLO PARA CONTRASTAR CON EL ÁREA ESTIMADA POR SIMULACIÓN
dentro = 0 fuera = 0	ESTAS VARIABLES ACTÚAN A MODO DE ACUMULADORES Y NOS SIRVEN PARA CONTABILIZAR LOS PIXELS QUE "CAEN" DENTRO O FUERA DEL ÁREA RECTANGULAR MENOR. EN BASE A ESTAS VARIABLES SE CALCULA EL PORCENTAJE QUE APLICAREMOS EN LA ESTIMACIÓN DEL ÁREA MENOR
for n = 1 **to** mues	INICIA EL BUCLE DE ITERACIONES QUE REPETIRÁ EL ALGORITMO Y QUE ESTABLECE EL NÚMERO DE EXPERIMENTOS DE LA SIMULACIÓN
sx = **int** (**rnd** (1) * (X1 - X)) + X sy = **int** (**rnd** (1) * (Y1 - Y)) + Y **pset** (sx , sy)	ESTABLECE LAS COORDENADAS ***X*** E ***Y*** DEL PIXEL EN EL ÁREA CIRCUNSCRITA POR EL RECTÁNGULO MAYOR DE FORMA **PSEUDOALEATORIA** MEDIANTE EL COMANDO ***RND*** Y POSICIONA EL PIXEL EN LAS COORDENADAS RESULTANTES

if sx>=bx **and** sx<=bx1 **and** sy>by **and** sy<by1 **then**
dentro = dentro + 1
else
fuera = fuera + 1
end if
	SE COMPRUEBA SI EL PIXEL ESTÁ DENTRO O FUERA DEL ÁREA RECTANGULAR MENOR. SI ESTÁ DENTRO SE INCREMENTA LA VARIABLE '***dentro***' ,
	SI NO LO ESTÁ
	SE INCREMENTA LA VARIBLE '***fuera***'

porcen = (dentro * 100) / n	CALCULA EL PORCENTAJE DEL TOTAL DE PIXELS QUE CAEN DENTRO DEL ÁREA MENOR RECTANGULAR.
amensim = ((porcen/100) * aremay)	CALCULA EL ÁREA MENOR EN FUNCIÓN DEL PORCENTAJE OBTENIDO Y LO ALMACENA EN LA VARIABLE '***amensim***'
next	CIERRA EL BUCLE DE ITERACIONES. TODO EL CÓDIGO ENCERRADO ENTRE LAS ÓRDENES ***FOR … TO*** Y EL ***NEXT*** SE REPITE ***N*** VECES

* A pesar de utilizar órdenes estándar del lenguaje ***BASIC***, el código del ejemplo puede requerir ciertas adaptaciones para su funcionamiento en determinados compiladores.

ANEXO 2.2.-



Captura del programa de simulación de *Monte Carlo* para el cálculo estimado del área.
** Ejecutable disponible en página del autor http://inicia.es/de/rlv/simulacion.exe*

- El programa del ejemplo sólo tiene un fin educativo y es por ello cedido por su autor (Rafael Lomeña Varo) al Dominio Público y se encuentra disponible gratuitamente y en versión completa en la página web de su autor: **http://inicia.es/de/rlv/azar.htm**

ANEXO 3.1.-

Captura del programa desarrollado por el autor que emula el análisis de los generadores aleatorios. Ejecutable disponible en página del autor: *http://inicia.es/de/rlv/pcgSIM.exe* . En el Proyecto de la Conciencia Global (*"The Global Consciousness Project - GCP"*) básicamente se intentan identificar los motivos que provocan sesgos en los generadores aleatorios (*www.noosphere.princeton.edu*). En la dirección web *www.inicia.es/de/rlv/azar.htm* el autor del presente trabajo analiza este proyecto con mayor detalle.

- El programa ***pcgSIM*** sólo tiene un fin educativo y por ello es cedido por su autor (Rafael Lomeña Varo) al Dominio Público y se encuentra disponible gratuitamente y en versión completa en la página web de su autor *http://inicia.es/de/rlv/azar.htm*

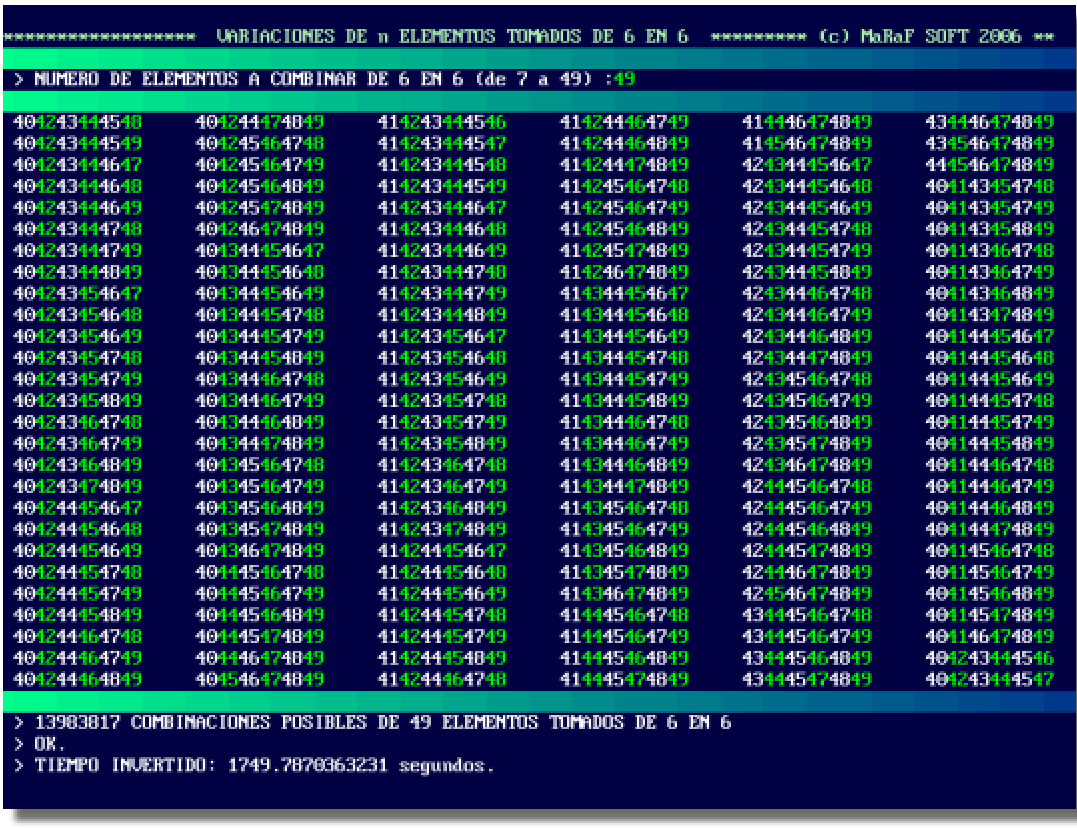
ANEXO 4.1.-

En la sociedad moderna el azar encuentra su máxima expresión en los juegos de azar, un fenómeno social con capacidad para cambiar el rumbo en la vida de las personas. En la imagen la aplicación ***Simula***, cuya primera versión diseñé hace más de 20 años junto a mi padre, hoy fallecido, constituye un completo *laboratorio experimental* en lo que a juegos de azar se refiere.

En la aplicación ***Simula*** el análisis estadístico de la variables generadas de forma *pseudoaleatoria* nos permite recrear cualquier condición imaginable y conocer las posibilidades reales de acierto a través de la simulación de sorteos, sin invertir un solo euro y sin utilizar una sola fórmula de probabilidad. La potencia de cálculo del sistema es relevante y en pocos segundos se pueden analizar los resultados conseguidos tras un millón de sorteos simulados.

- El programa ***SIMULA,*** debido a su carácter de software de investigación, es cedido por su autor (Rafael Lomeña Varo) al Dominio Público y se encuentra disponible gratuitamente y en versión completa en la página web del autor: *http://inicia.es/de/marienrafa/software*

ANEXO 5.1.-



La combinatoria y las fórmulas de la probabilidad pueden ayudarnos a evaluar la calidad de nuestras simulaciones. En el programa de la imagen un sencillo algoritmo tardó 29 minutos (en mi desfasado y viejo ordenador con procesador *K7-900Mhz*) en generar *13 millones 983 mil 817 combinaciones*, o sea, el total de combinaciones posibles en loterías del tipo 6/49 *(primitiva* ó *bonoloto)*. Si permanece durante el proceso ante el monitor de su ordenador (seguramente en su equipo tardará muchísimo menos) hay algo que usted podrá afirmar sin temor a equivocarse y es que, aunque no le haya dado tiempo a verla por la velocidad con la que el programa visualiza en pantalla las combinaciones, ante sus ojos habrá pasado la combinación ganadora del próximo sorteo de *lotería primitiva* y con el que la magia del azar convertirá en millonario a alguien, al menos económicamente hablando.

- El programa ***VARIACIONES*** debido a su carácter de software de investigación, es cedido por su autor (Rafael Lomeña Varo) al Dominio Público y se encuentra disponible gratuitamente y en versión completa en la página web del autor: *http://inicia.es/de/elpatron/variaciones.exe*

BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES

Ed. Prentice Hall. ***Investigación de operaciones. 6ª edición***.

Hamdy A. Taha © 1997

Ed. Ra-Ma. ***Simulación. Métodos y aplicaciones***.

David Ríos Insua, Sixto Ríos Insua y Jacinto Martín © 1997

Ed. Mc Graw Hill. ***Matemáticas especiales para computación.***

José Luis García Valle © 1988

Ed. Mc Graw Hill. ***Teoría de conjuntos y temas afines.***

Seymour Lipschitz © 1988

Ediciones Siglo Cultural. ***Enciclopedia práctica de la Informática aplicada.***

Jesús Salcedo © 1986

Ed. MARCOMBO, S.A. ***109 programas para ordenadores personales y calculadoras***.

Ramón Ferrando Boix © 1983

Enciclopedia online Wikipedia

es.wikipedia.org

Agradecimientos especiales:

A D. Eduardo Guerra Melenas, por su inestimable labor educativa como profesor de matemáticas e informática.

A mis padres Rafael y Elena y a mis hijos Marien y Rafael, origen y destino todos ellos en la trayectoria de mi vida y a Malika, mi mujer y fiel compañera de tan apasionante viaje